



# Численно-аналитические методы расчета строительных конструкций: перспективы развития и сопоставления

Павел Акимов, Александр Золотов

## Актуальность вопроса

Современный этап развития строительной механики, в том числе при определении напряженно-деформированного состояния (НДС) строительных конструкций, связан с широким использованием численных методов. Прогресс в компьютерной индустрии и вычислительной математике, продолжающийся в последние десятилетия, обусловил изменение соотношения аналитических, экспериментальных (модельных и натурных) и численных подходов к анализу сложных конструкций, зданий и сооружений. Практика выдвигает на передний план задачи многовариантных исследований двумерных и трехмерных систем, адекватное решение которых иногда возможно только численным путем. Как правило, найти замкнутое аналитическое решение для большинства проблем не представляется возможным, а экспериментальные исследования часто оказываются весьма дорогостоящими, а порой и неполными. Этим, в частности, и объясняется превалирование численных методов, имеющее место как в отечественной, так и в зарубежной расчетной практике. В принципе, на всех этапах изучения НДС сооружения и математическая теория, и исследования аналитическими и экспериментальными методами, и численный расчет должны применяться совместно.

В настоящее время появляются предпосылки для расширения доли аналитических подходов. Достигнутый в начале XXI века уровень мощности ЭВМ и существующий инструментарий аналитических математических средств в сочетании с разнообразием математических моделей позволяют поставить на повестку дня задачи разработки и исследования так называемых численно-аналитических, или (по терминологии О.Зенкевича) полуаналитических методов. О преимуществах сочетания качественных свойств замкнутых решений и общности численных методов говорилось и прежде, но многие из таких разработок либо были практически нереализуемыми из-за отсутствия по крайней мере одного из перечисленных факторов, либо не учитывали вычислительную специфику и необходимость последующей компьютерной реализации. Полуаналитические методы позволяют получать решения в аналитической форме, способству-

ющей повышению качества исследования рассматриваемых объектов. Найденная с их помощью картина НДС развивает интуицию расчетчика и понимание им работы конструкций, характера влияния на них различных локальных и глобальных факторов. Полуаналитические подходы особенно эффективны в зонах так называемого краевого эффекта, который возникает в результате сосредоточенных воздействий на краях конструкции и/или в промежуточных зонах, ибо при этом часть составляющих решения представляет собой быстроменяющиеся функции, скорость изменения которых не всегда может быть адекватно учтена при использовании традиционных численных методов. Кроме того, при численном решении сложных задач строительной механики предварительное аналитическое изучение отдельных локальных свойств проблемы может принести значительную пользу. Сравнение с аналитическими решениями сложной задачи в более простых и частных случаях позволяет дать оценку принятой расчетной схемы конструкции, используемого метода, алгоритма и полученного решения, в частности его точности.

Учитывая вышеизложенное, актуальным вопросом является разработка и исследование так называемых дискретно-континуальных методов расчета строительных конструкций, зданий и сооружений. (Следует отметить, что понятие дискретно-континуальной системы в отношении строительных задач было введено

В.З.Власовым.) Эта группа полуаналитических методов применяется для конструкций, зданий и сооружений, которые обладают постоянными физико-геометрическими характеристиками по одному из координатных направлений при произвольно меняющихся внешних нагрузках и любом характере закреплений (балки, балки-стенки, тонкостенные стрелы, полосу, длинные фундаменты, плиты, пластины, оболочки, высотные и протяженные здания, трубопроводы, плотины, рельсы, резервуары и т.д.). Разработанные авторами и представленные в настоящей статье методы являются дискретно-континуальными в том смысле, что по направлению постоянства характеристик (а это основное направление) сохраняется континуальный характер задачи и, следовательно, аналитический вид получаемого решения, в то время как по остальным направлениям производится дискретизация того или иного рода.

## Дискретно-континуальный метод конечных элементов

Дискретно-континуальный метод конечных элементов (ДКМКЭ) основывается на том, что решение задачи расчета конструкции, здания или сооружения с постоянными физико-геометрическими характеристиками по одному из направлений в рамках метода конечных элементов (МКЭ) может быть получено в аналитической форме вдоль данного направления (рис. 1).

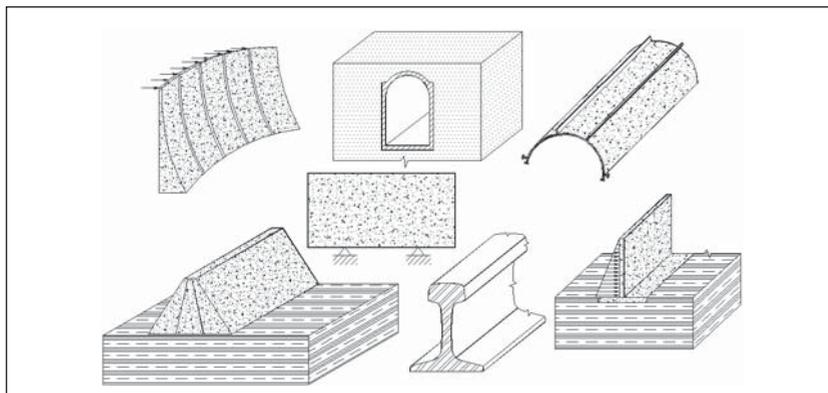


Рис. 1. Примеры применения ДКМКЭ

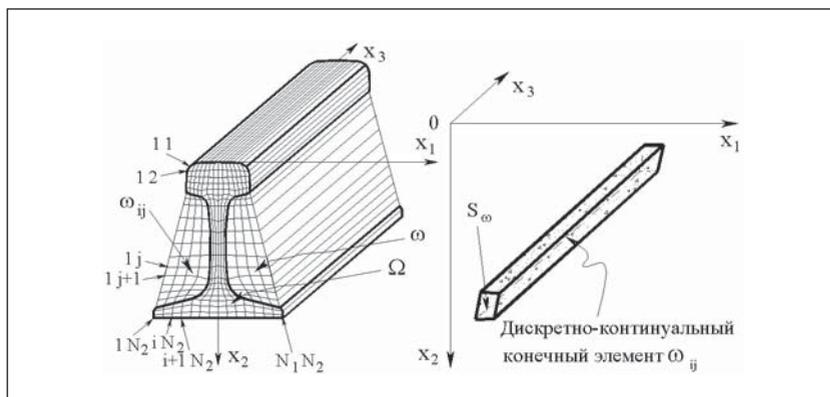


Рис. 2. Пример схемы дискретизации конструкции в рамках ДКМКЭ

Преимуществами ДКМКЭ являются понижение размерности при численном решении, отсутствие практических ограничений на длину объектов по основному направлению и эффективность в зонах краевого эффекта. После формулировки операторных и вариационных постановок краевых задач с привлечением метода расширенной области на этапе численной реализации ДКМКЭ рассчитываемая конструкция разбивается на дискретно-континуальные конечные элементы (ДККЭ) (рис. 2).

### Дискретно-континуальный метод граничных элементов

В основе дискретно-континуального метода граничных элементов (ДКМГЭ) лежат граничные псевдодифференциальные уравнения. Соответствующие псевдодифференциальные операторы аппроксимируются дискретно с привлечением анализа Фурье или вейвлет-анализа. Преимущества ДКМГЭ перед другими методами численного моделирования заключаются в двукратном понижении размерности задачи (поскольку дискретизация подвергается не вся расчетная область, а только граница ее поперечного сечения, то решается, по сути, одномерная задача и задается лишь шаг по контуру), в возможности проведения детального анализа отдельных зон, в упрощенном этапе подготовки данных, в алгорит-

мической простоте и высокой степени универсальности. Разработаны два варианта ДКМГЭ — не прямой и прямой, причем не прямой вариант, как и в стандартном методе граничных элементов, применяется несколько шире прямого. На стадии численной реализации граница изучаемого объекта аппроксимируется ансамблем дискретно-континуальных граничных элементов (рис. 3).

### Дискретно-континуальный вариационно-разностный метод

Дискретно-континуальный вариационно-разностный метод (ДКВРМ) позволяет сочетать простоту и наглядность конечно-разностных методов с преимуществами вариационной постановки (меньший порядок производных и автоматическое удовлетворение решения основным (естественным) граничным условиям), с одной стороны, и очевидные достоинства аналитического решения — с другой.

Использование ДКВРМ позволяет сравнительно просто получить дискретную операторную формулировку задачи по направлениям сеточной аппроксимации, внешне повторяющую ее исходную постановку. ДКВРМ используется как для получения непосредственного решения задачи, так и для сопоставления с результатами, полученными по ДКМКЭ. В рам-

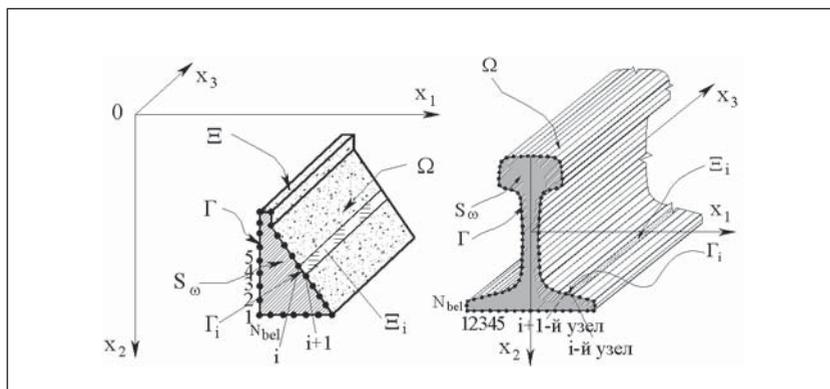


Рис. 3. Примеры дискретно-континуальных моделей границ в ДКМГЭ



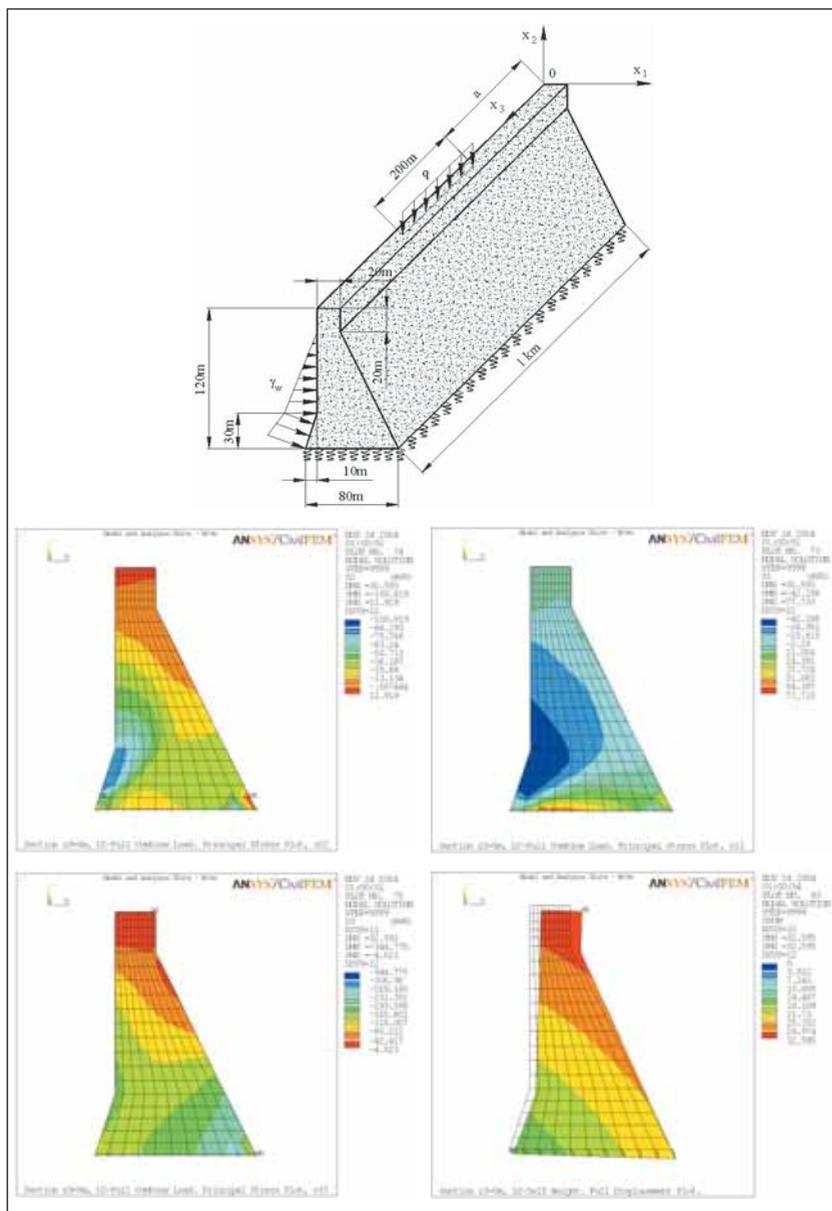


Рис. 6. Задача о расчете гравитационной плотины в трехмерной постановке

нарных и нестационарных задач теории поля, проведение расчетов статического, температурного и динамического напряженно-деформированного состояния (НДС), устойчивости и прочности произвольных комбинированных механических систем. Комплекс внедрен в ведущих проектно-конструкторских и исследовательских организациях — в отделениях институтов «Атомэнергопроект» и «Гидропроект», ОКБ «Гидропресс», ВНИИ атомного машиностроения, ВНИИ электромеханики, ЦНИИ строительных конструкций, КБ «Красная Звезда» и др.

*Ansys/CivilFEM.* CivilFEM (разработчик — Ingeciber s.a., дистрибьютор — ЗАО «ЕМТ Р») представляет собой программный комплекс, работающий на платформе популярнейшего

конечно-элементного комплекса Ansys. Комбинация обеих программ (пакет Ansys/CivilFEM) дает возможность инженерам-строителям проводить расчеты на высоком научном уровне с привлечением современных вычислительных технологий и с учетом специфики задач в полном соответствии с требованиями отрасли. CivilFEM использовался при проектировании объектов в Австралии, Алжире, Греции, Испании, Италии, Китае, Португалии, Франции, Швейцарии и других странах мира.

Фрагментарные галереи результатов, полученных при расчетах некоторых трехмерных задач, показаны на рис. 5-7.

Результаты расчетов рассматриваемых объектов, выполненных по всем программным комплексам, в целом хорошо согласуются

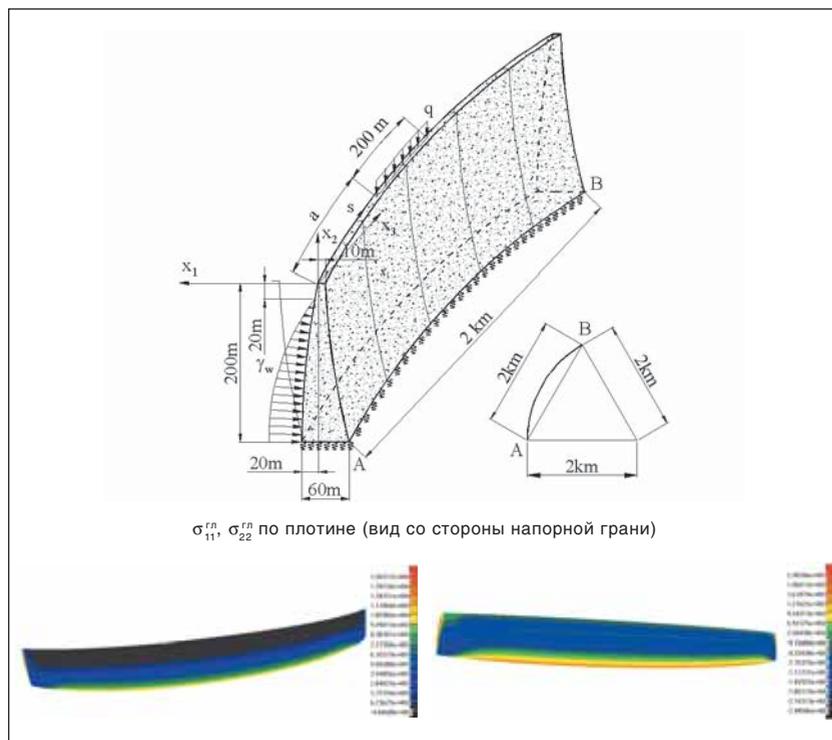


Рис. 7. К расчету арочно-гравитационной плотины в трехмерной постановке

друг с другом. Некоторые отличия в напряжениях связаны с особенностями задания упругого основания в программном комплексе Ansys/CivilFEM (распределенное по подошве плотины упругое основание аппроксимировалось системой сосредоточенных пружин, каждая из которых описывалась тремя конечными элементами типа COMBIN 14) и с алгоритмом вычисления напряжений в конечных элементах, принятом в Ansys.

### Заключение

Полученные результаты позволяют оценить влияние краевого эффекта на напряженно-деформированное состояние строительных конструкций, зданий и сооружений, получить устойчивые и универсальные методы расчета, позволяющие создать программные комплексы промышленного типа, расширить область аналитических и полуаналитических подходов в расчете и исследовании конструкций, имеющих постоянные физико-геометрические характеристики по одному из направлений. ►

Авторы выражают благодарность за помощь и поддержку в подготовке материала А.М.Белостоцкому (ЗАО «НИЦ СтаДиО»), В.Д.Локтеву и С.И.Дубинскому (ЗАО «ЕМТ Р»), а также К.И.Хеноху.